Số học level A

1. ***MA\_A1***

Cho một số nguyên dương .

**Yêu cầu:** đếm số ước nguyên dương của

**Input:**

* Gồm một dòng duy nhất chứa số nguyên dương

**Output:** In ra kết quả bài toán.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| MA\_A1.INP | MA\_A1.OUT |
| 5 | 2 |

* **40% số điểm có**
* **60% số điểm còn lại không giới hạn gì thêm.**

**Lời giải**

Với N 106  thì ta sẽ cho một biến i chạy từ 1 -> N, sau đó nếu N i thì ta sẽ tăng biến ans lên một đơn vị (biến kết quả) O(N).

Với N 1012, ta nhận thấy rằng khi phân tích N = a.b, giả sử a b thì ta sẽ có a [ ] do đó cho nên ta sẽ chỉ cần một biến i xuất phát từ 1 [ ] là được, tất nhiên các ước lớn hơn hoặc bằng [ ] sẽ được tính bằng các giá trị []. Cần lưu ý trường hợp N là số chính phương khi đó ước [ ] sẽ được tính hai lần O().

1. ***MA\_A2***

Cho một số nguyên dương .

**Yêu cầu:** tính tổng các ước nguyên dương của

**Input:**

* Gồm một dòng duy nhất chứa số nguyên dương

**Output:** In ra kết quả bài toán.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| MA\_A2.INP | MA\_A2.OUT |
| 5 | 6 |

* **40% số điểm có**
* **60% số điểm còn lại không giới hạn gì thêm.**

**Lời giải**

Tương tự như bài toán MA\_A1, ở đây ta không tăng biến ans lên 1 đơn vị nữa mà ta sẽ tăng biến ans lên chính giá trị của ước đó, lưu ý kết quả có thể dưới dạng long long (C++).

1. ***MA\_A3***

Cho hai số nguyên dương và .

**Yêu cầu:** Tìm ước chung lớn nhất của và .

**Input:**

* Gồm một dòng duy nhất chứa hai số nguyên dương và

**Output:** In ra kết quả bài toán.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| MA\_A3.INP | MA\_A3.OUT |
| 6 9 | 3 |

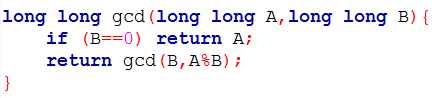
* **30% số điểm có**
* **30% số điểm khác có**
* **40% số điểm còn lại không giới hạn gì thêm.**

**Lời giải**

Với a, b 106 thì ta sẽ chạy một biến i từ 1 -> a (hoặc b) và tìm giá trị i lớn nhất sao cho a i và b i O(a) (hoặc O(b)).

Với a, b 1012, ta nhận thấy ước chung lớn nhất của a và b sẽ là ước của a. Do đó ta sẽ duyệt toàn bộ ước của a, sau đó lấy ra ước lớn nhất mà ước đó cũng là ước của b. Duyệt ước theo như bài MA\_A1 thì chỉ mất ĐPT O().

Với a, b 1018, đây là bài toán kinh điển dựa vào tính chất gcd(a, b) = gcd(a, b % a) = gcd(a % b, b) ( tính chất này ta có thể chứng minh được). Từ đó ta có thể dùng một hàm đệ qui như sau:



Độ phức tạp tương đương với O(log(a)) (hoặc O(log(b)).

1. ***MA\_A4***

Cho hai số nguyên dương và .

**Yêu cầu:** Tìm bội chung nhỏ nhất của và .

**Input:**

* Gồm một dòng duy nhất chứa hai số nguyên dương và

**Output:** In ra kết quả bài toán.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| MA\_A4.INP | MA\_A4.OUT |
| 5 6 | 30 |

* **60% số điểm có**
* **20% số điểm khác có**
* **20% số điểm còn lại không giới hạn gì thêm.**

**Lời giải**

Với a, b 1000, ta nhận thấy BCNN của a và b sẽ không bao giờ vượt quá tích a.b được (vì ít nhất tích a.b cũng là một bội chung của a và b). Do đó ta sẽ cho một biến i chạy từ 1 -> (a.b), ta sẽ cần tìm i nhỏ nhất mà i chia hết cho cả a và b O(a.b)

Với a, b 106, nhận thấy một tính chất đó là BCNN(a, b) phải là ước của tích (a.b), do đó ta sẽ duyệt toàn bộ ước của (a.b), ta sẽ tìm ước số nhỏ nhất mà chia hết cho cả a và b thì đó là BCNN của chúng O()

Với a, b 109, ta áp dụng công thức: a . b = (a, b) . [a, b]

Từ đó có [a, b] = , từ MA\_A3 ta có thể tỉnh nhanh (a, b) với O(log(a)) thì bây giờ ta sẽ tính (a, b) trước sau đó áp dụng công thức này vào ta sẽ có được [a, b] O(log(a)).

1. ***MA\_A5***

Cho ba số nguyên dương

**Yêu cầu:** Đếm số lượng số nguyên dương thuộc đoạn mà chia hết cho

**Input:**

* Gồm một dòng duy nhất chứa ba số nguyên dương

**Output:** In ra kết quả bài toán.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| MA\_A5.INP | MA\_A5.OUT |
| 7 10 2 | 2 |

* **40% số điểm có**
* **60% số điểm còn lại không giới hạn gì thêm.**

**Lời giải**

Với a, b, c 106, ta cho một biến i chạy từ a b, với mỗi i chia hết cho c ta lại tăng kết quả lên 1 đơn vị, cuối cùng ta có được kết quả bài toán O(b – a).

Với a, b, c 1018, nhận thấy rằng số lượng số chia hết cho c từ 1 X bất kì chính là giá trị [ ], do đó số lượng số chia hết cho c từ a b sẽ được tính bởi công thức : [ ] - [ ] O(1).

1. ***MA\_A6***

Cho 4 số nguyên dương

**Yêu cầu:** Đếm số lượng số nguyên dương thuộc đoạn mà chia hết cho cả và

**Input:**

* Gồm một dòng duy nhất chứa ba số nguyên dương

**Output:** In ra kết quả bài toán.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| MA\_A6.INP | MA\_A6.OUT |
| 1 20 2 3 | 3 |

* **40% số điểm có**
* **60% số điểm còn lại không giới hạn gì thêm.**

**Lời giải**

Với a, b, c, d 106, ta chỉ việc cho một biến i chạy từ a -> b và đếm số lượng số chia hết cho cả c và d là được.

Với a, b, c, d 109, ta thấy rằng việc chia hết cho cả c và d chẳng qua chính là chia hết cho bội chung nhỏ nhất của c và d. Như vậy công thức tính sẽ là [] – [] O(1).

1. ***MA\_A7***

Cho 4 số nguyên dương

**X +**

**Input:**

* Gồm một dòng duy nhất chứa ba số nguyên dương

**Output:** In ra kết quả bài toán.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| MA\_A7.INP | MA\_A7.OUT |
| 1 20 2 3 | 13 |

* **40% số điểm có**
* **60% số điểm còn lại không giới hạn gì thêm.**

**Lời giải**

Với a, b, c, d 106, cho một biến i chạy từ a b, đếm xem có bao nhiêu số mà chia hết cho c hoặc d O(b – a).

Với a, b, c, d 109, ta gọi F(x) là số số nguyên dương thuộc đoạn [a, b] mà chia hết cho x, F(x) được tính bởi công thức [] – []. Nhận thấy rằng F(c) và F(d) là các tập hợp chứa các số nguyên dương chia hết cho c và chia hết cho d thuộc đoạn [a, b]. Ta cần tính |F(c) F(d)|, công thức tính sẽ là:

|F(c) F(d)| = |F(c)| + |F(d)| - |F(c) F(d)|.

Nhận thấy |F(c) F(d)| = |F(BCNN[c,d])|. Tóm lại, công thức tính sẽ như sau:

F(c) + F(d) – F([c,d]) O(1).

1. ***MA\_A8***

Cho ba số nguyên dương

**Yêu cầu:** Tính mod .ll

**Input:**

* Gồm một dòng duy nhất chứa ba số nguyên dương

**Output:** In ra kết quả bài toán.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| MA\_A8.INP | MA\_A8.OUT |
| 5 3 3 | 2 |

* **30% số điểm có**
* **30% số điểm khác có**
* **40% số điểm còn lại không giới hạn gì thêm.**

**Lời giải**

Với a, b, c 10. Ta cần một biến ans = 1, sau đó chạy một biến i từ 1 b và tăng biến ans = ans \* a, kết quả chính là (ans % c).

Với a, b, c 106. Một tính chất toán học đúng đắn đó là :

(a.b) % c = (a % c) . (b % c)

Do đó đầu tiên ta gán một biến ans = 1, sau đó chạy một biến i từ 1 b và cứ mỗi lần ta lại gán ans = (ans\*a) % c. Việc mod c ngay lập tức sẽ khiên cho giá trị ans luôn nhỏ hơn c và sẽ tránh được việc tràn số.

Cả 2 trường hợp trên độ phức tạp thuật toán là O(b).

Với a, b, c 109. Ở đây ta sẽ dùng đến thuật toán chia để trị, ta có tính chất:

* ab % c = (ab/2 % c) . (ab/2 % c) nếu b chẵn.
* ab % c = (ab/2 % c) . (ab/2 % c) .a nếu b lẻ.

gọi F(a, b, c) = ab % c sẽ gọi đến hàm F(a, b/2, c). Do đó ta có thể dùng đệ qui để tính (ab % c) với đpt O(log(b)).

1. ***MA\_A9***

Cho hai số nguyên dương

**Yêu cầu:** Tìm chữ số tận cùng của .

**Input:**

* Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương
* Dòng thứ hai chứa số nguyên dương

**Output:** In ra kết quả bài toán.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| MA\_A9.INP | MA\_A9.OUT |
| 7  3 | 3 |

* **30% số điểm có**
* **30% số điểm khác có**
* **20% số điểm khác có**
* **10% số điểm khác có**
* **10% số điểm còn lại không giới hạn gì thêm.**

**Lời giải**

Với a, b 10. Ta chạy một biến i từ 1 b để tính ans = (ans \* a). Sau đó xem số đó có chữ số tận cùng là bao nhiêu O(b).

Với a, b 106. Nhận thấy ta cần tính (ab % 10). Chạy một biến i từ 1 b sau đó gán lại ans = (ans \* a) % 10. Kết quả chính là ans O(b).

Với a, b 109. Tính (ab % 10) dùng chia để trị để để tính với đpt O(log(b)).

Với a, b 1018. Ta cũng dùng chia để trị để tính, nhưng trước hết là gán lại a = (a%10) nếu không sẽ bị tràn số.

Với a, b 10100000. Ta đọc hai số a và b dưới dạng xâu (string). Nhận thấy a chỉ cần lấy chữ số cuối cùng (%10), và b chỉ cần lấy 2 chữ số cuối cùng. Ta thấy tất cả mọi số nguyên dương khi mũ 4 lên thì sẽ có chữ số tận cùng là 0, 1, 5 hoặc 6. Sau đó thì những số có chữ số tận cùng là 0, 1, 5, 6 này có mũ bao nhiêu thì chữ số tận cùng cũng không đổi. Dựa vào tính chất đó để làm được subtask này. Ta chỉ lấy 2 chữ số tận cùng của b để tính cho nên độ phức tạp sẽ rất nhỏ.

1. ***MA\_A10***

Cho hai số nguyên dương

**Yêu cầu:** Tính tổng tất cả các số nguyên dương thuộc đoạn

**Input:**

* Gồm một dòng duy nhất chứa hai số nguyên dương

**Output:** In ra kết quả bài toán.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| MA\_A10.INP | MA\_A10.OUT |
| 3 5 | 12 |

* **40% số điểm có**
* **60% số điểm còn lại không giới hạn gì thêm.**

**Lời giải**

Với a, b 105. Ta chỉ việc cho một biến chạy từ a đến b rồi cộng biến đó vào biến kết quả là có ngay kết quả O(b – a).

Với a, b 109. Ta nhận thấy rằng việc tính tổng tất cả các số từ 1 N bất kì được tính bằng công thức . Ở đây ta muốn tính tổng từ a b thì ta sẽ lấy tổng tất cả các số từ 1 b trừ đi tất cả các số từ 1 a – 1. Như vậy công thức tính sẽ là : - . Do đó đpt chỉ là O(1).